

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$? Objasnite riječima i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = \sin(\cos x^2)$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = 2x \cos(\cos x^2) \sin(x^2)$?
Objasnite. (4 boda)
(iii) Odredite $\int x^2 e^x dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-2}^4 (-x^2 + 2x + 3)dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) .
(2 boda)
(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ oko $(x_0, y_0) = (3, 4)$. (4 boda)
(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = -0.2$ i $\Delta y = 0.1$.
(4 boda)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = xy$ i ako je $D := y - 1 \leq x \leq y + 1, 3 \leq y \leq 4$.
Slika! (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (4 boda)
5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava.
(3 boda)
(ii) Odredite koja je od sljedećih diferencijalnih jednadžbi linearna prvog reda i objasnite zašto:
$$(a) \quad \tan y' = 3x, \quad (b) \quad y'y = 5, \quad (c) \quad y' + 3e^x = y \quad (d) \quad y' = y \sin x + 3.$$

Za linearne recite jesu li homogene ili nehomogene. Objasnite! (3 boda)

(iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu.
(4 boda)

1. (i) Riješite integral $\int_0^9 \frac{dx}{2+\sqrt{x}}$. (6 bodova)
(ii) Riješite integral $\int 2x2^{-x} dx$. (4 boda)
2. Zadana je funkcija $f(x, y) = \ln(x^2 - 1) + \ln(y^2 - 1) + \arccos \frac{y}{x}$.
(i) Odredite i skicirajte domenu zadane funkcije. (5 bodova)
(ii) Izračunajte parcijalne derivacije, prvog reda, zadane funkcije, u točki $(2, 1)$. (5 bodova)
3. Zadana je funkcija $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x^2 + y^2) + 4xy$. Odredite:
(i) njene lokalne ekstreme, (6 bodova)
(ii) jednadžbu tangencijalne ravnine na graf te funkcije u točki $(-\sqrt{2}, \sqrt{2}, f(-\sqrt{2}, \sqrt{2}))$. (4 boda)
4. (i) Promijenite poredak integracije u integralu

$$\int_{-1}^0 dx \int_{-x-1}^0 xdy + \int_0^1 dx \int_{x^2-1}^0 xdy \quad (6 \text{ bodova})$$

- (ii) Izračunajte integral iz (i) koristeći (taj) novi poredak integracije. (4 boda)
5. Odredite ono partikularno rješenje diferencijalne jednadžbe:
 $y' + 2\frac{y}{x} = x^3$, koje zadovoljava početni uvjet $y(1) = \frac{1}{6}$, te nacrtajte pripadnu integralnu krivulju. (10 bodova)